

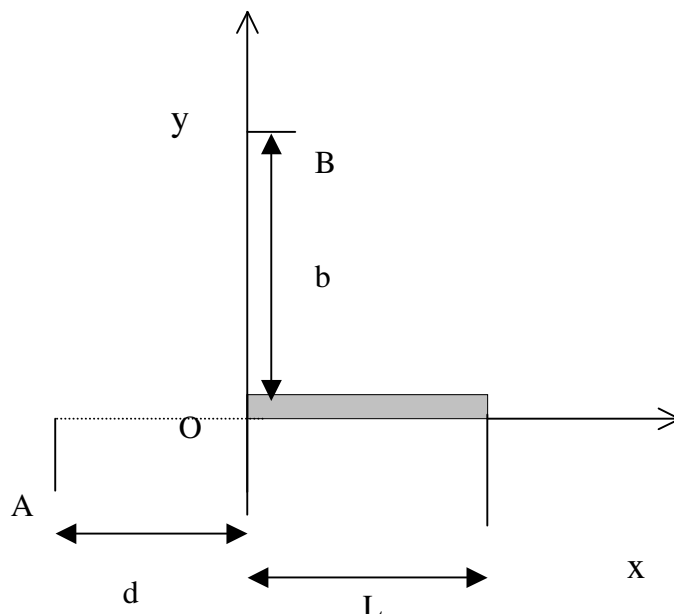
Esercizio n.4

Una bacchetta isolante carica di lunghezza L e spessore trascurabile giace sull'asse x in maniera tale che il suo estremo sinistro coincida con l'origine O . La carica della bacchetta è distribuita in modo non uniforme e la sua densità lineare λ aumenta con la distanza dall'estremo sinistro, cioè $\lambda = ax$ (dove a è una costante positiva ed x è la distanza da tale estremo).

Calcolare:

- A. Il potenziale elettrostatico, V , nel punto A posto sull'asse x a distanza d dall'estremo sinistro della bacchetta.
- B. Il potenziale elettrostatico, V , nel punto B posto sull'asse y a distanza b dall'asse x .

Valori numerici: $L = 10 \text{ cm}$, $a = 5 \mu\text{C}/\text{m}^2$, $b = 30 \text{ cm}$, $d = 20 \text{ cm}$



Soluzione

- A. Il potenziale elementare dV prodotto nel punto A da una carica elementare dq è dato da

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{axdx}{x+d}$$

che integrata su tutti i contributi elementari della bacchetta

$$V(A) = \int dV = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} a \int_0^L \frac{xdx}{x+d} = \frac{a}{4\pi\epsilon_0} [L - d \ln(\frac{L+d}{d})] + C$$

dove $C = 0$ è il potenziale all'infinito.

$$V(A) = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot \pi \cdot 8.85^{-12}} \cdot [1 \cdot 10^{-1} - 2 \cdot 10^{-1} \cdot \ln(\frac{3}{2})] V = 850V$$

- B. Il potenziale elementare dV prodotto nel punto B da una carica elementare dq è dato da

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} =$$

che integrata su tutti i contributi elementari della bacchetta

$$V(B) = \int dV = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} a \int_0^L \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + b^2}} = \frac{a}{4\pi\epsilon_0} [\sqrt{b^2 + L^2} - b] + C$$

dove $C = 0$ è il potenziale all'infinito.

$$V(B) = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot \pi \cdot 8.85^{-12}} \cdot [\sqrt{(3 \cdot 10^{-1})^2 + (1 \cdot 10^{-1})^2} - 3 \cdot 10^{-1}] V = 729V$$